



**МОДЕЛИРАНЕ НА ДВИЖЕНИЕТО НА ПОЧВЕНА ЧАСТИЦА ПО  
РАБОТНИТЕ ОРГАНИ НА ВЕРТИКАЛНО-РОТАЦИОНЕН  
ПОЧВООБРАБОТВАЩ ОРГАН С АКТИВНО ЗАДВИЖВАНЕ  
MODELING THE MOVEMENT OF SOIL PARTICLES WORKING BODIES OF  
VERTICAL-ROTARY TILLAGE BODY WITH ACTIVE DRIVE**

**Димитър Гуглев<sup>\*</sup>, Дечко Русчев<sup>\*\*</sup>  
Dimitar Guglev<sup>\*</sup>, Dechko Ruschev<sup>\*</sup>**

Аграрен университет – Пловдив  
Технически университет – филиал Пловдив

E-mail: <sup>\*</sup>[guglev@au-plovdiv.bg](mailto:guglev@au-plovdiv.bg); <sup>\*\*</sup>[ruschev@tu-plovdiv.bg](mailto:ruschev@tu-plovdiv.bg)

**Abstract**

The article alleges equation for the movement of soil particles on the working surface of the working bodies (knives), a vertically-rotary tillage body actively driven. Soil particles are treated as a material point moving in a plane perpendicular to the axis of rotation of the blade. It is assumed that the shape of the knife is arbitrary and is set to smooth planar curve in the plane of movement of material point. Certain power is needed to overcome the friction between the soil particle and the surface of the working body.

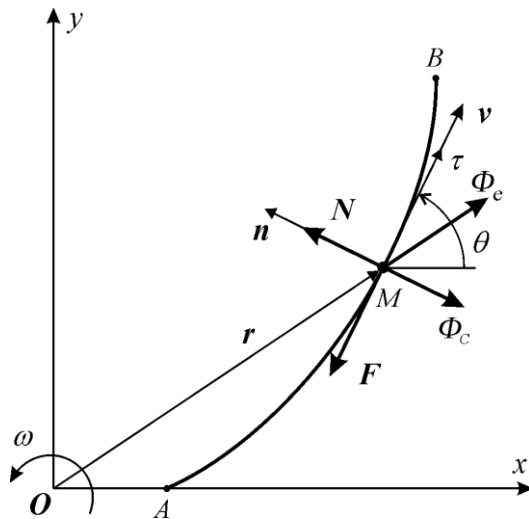
**Key words:** forces acting on the soil particle, friction power.

**ВЪВЕДЕНИЕ**

В резултат на технологичния процес работните органи (ножовете) на вертикално-ротационен почвообработващ орган с активно задвижване отрязват почвена стружка, деформират, разрушават и преместват почвения пласт от обема на стружката. В зависимост от режима на работа са възможни три характерни случая на движения на почвената частица (Inaekyan, 1992): почвената частица изостава от работния орган; почвената частица изпреварва работния орган; почвената частица е неподвижна спрямо работния орган и се премества заедно с него.

За извеждане на уравнението за движение на почвената частица по работната повърхност на ножа на вертикално-ротационния почвообработващ орган с активно задвижване е необходимо да се проведе динамичен анализ за определяне силите, които действат при движението на работния орган (фиг. 1).

При анализа почвената частица се разглежда като материална точка М, движеща се в равнина, перпендикулярна на оста на въртене на ножа. Предполага се, че формата на ножа е произволна и е зададена като гладка равнинна крива в равнината на движение на материалната точка.



**Фиг. 1.** Сили, действащи на почвената частица M

**Fig. 1.** Forces acting on soil particles M

Цел на настоящото теоретично изследване е да се изведат диференциалните уравнения за движение на почвената частица по повърхността на работния орган на вертикално-ротационния почвообработващ орган с активно задвижване и да се определи мощността, необходима за преодоляване на триенето между почвената частица и повърхността на работния орган.

Обект на теоретичното изследване е вертикално-ротационният почвообработващ орган с активно задвижване. Работните органи извършват сложно движение. Абсолютното им движение е резултат от преносно (транслационно) движение с постъпателна скорост  $v$  и относително (ротационно) около вертикалната ос с ъглова скорост  $\omega$ .

### МАТЕРИАЛИ И МЕТОДИ

На фигура 1 е показана схема на действащите сили на точка M.

Началото на координатната система (фиг. 1) съвпада с оста на въртене на ножа и е свързана с него. Оста на въртене на ножа се движи с постоянна скорост  $v_0$ , а ножът заедно с координатната система се върти с постоянна ъглова скорост  $\omega$ .

Движението на точка M се извършва в неинерциална координатна система, поради което към външните сили, действащи върху точката, се добавят инерционните сили – преносна и кориолисова.

Уравнението на връзката е зададено в подвижната декартова координатна система.

Уравнението за движение във векторна форма е:

$$m\bar{a} = \bar{F} + \bar{N} + \bar{\Phi}_e + \bar{\Phi}_c \quad (1)$$

където  $m$  е масата на почвената частица;  $\bar{F} = -fN\bar{\tau}$  – силата на сухо триене, подчиняваща се на законите на Амонтон-Кулон;  $\bar{N}$  – нормалната реакция на

връзката;  $\vec{\Phi}_e = m\omega^2\vec{r}$  – преносната инерционна сила;  $\vec{\Phi}_c = -2m\omega v\vec{n}$  – кориолисовата инерционна сила.

### РЕЗУЛТАТИ И ОБСЪЖДАНЕ

При описание на движението се използва координатна система, съставена от единичните вектори  $\vec{\tau}$  и  $\vec{n} = d\vec{\tau}/d\theta$ . Причината за това е, че в естествена координатна система векторът на главната нормала се определя от кривината на траекторията. При промяна на знака на кривината векторът  $\vec{n}$  сменя своята посока независимо от движението на точката. По тази причина използването му за описание на движението е неудачно.

Нормалният вектор  $\vec{n} = d\vec{\tau}/d\theta$  не зависи от знака на кривината на траекторията и запазва своята посока спрямо единичния вектор на допирателната независимо от вида на траекторията на точката (Pisarev, Paraskov, Buchvarov, 1975).

Ускорението на точката в така избраната координатна система ( $\vec{\tau}, \vec{n}$ ) има следния вид:

$$\vec{a} = \dot{v}\vec{\tau} + v\dot{\theta}\vec{n} \quad (2)$$

където  $\theta$  е ъгълът на наклона на допирателната към траекторията.

Проекцията на уравнението за движение (1) по осите на координатната система ( $\vec{\tau}, \vec{n}$ ) са:

$$\begin{aligned} m\dot{v} &= \vec{\Phi}_e \cdot \vec{\tau} - F \\ m v \dot{\theta} &= \vec{\Phi}_e \cdot \vec{n} - \Phi_c + N \end{aligned} \quad (3)$$

Проекциите на единичните вектори на допирателната и нормалата по осите на декартовата координатна система са:

$$\begin{aligned} \tau_x &= \cos\theta, \quad \tau_y = \sin\theta \\ n_x &= -\sin\theta, \quad n_y = \cos\theta \end{aligned} \quad (4)$$

Скаларните произведения на преносната инерционна сила  $\vec{\Phi}_e = m\omega^2\vec{r}$  и единичните вектори на допирателната и нормалата са:

$$\begin{aligned} \vec{\Phi}_e \cdot \vec{\tau} &= m\omega^2(x\cos\theta + y\sin\theta) \\ \vec{\Phi}_e \cdot \vec{n} &= m\omega^2(-x\sin\theta + y\cos\theta) \end{aligned} \quad (5)$$

Големината на кориолисовата инерционна сила е:

$$\Phi_c = 2m\omega v \quad (6)$$

След заместване на (5) и (6) в (3) се получава следната система диференциални уравнения за относителното движение на материална точка по повърхността на работния орган в равнина, перпендикулярна на оста на въртене:

$$m\dot{v} = m\omega^2(x \cos \theta + y \sin \theta) - fN$$

$$m\dot{v}\theta' = m\omega^2(-x \sin \theta + y \cos \theta) - 2m\omega v + N \quad (7)$$

$$\dot{x} = v \cos \theta$$

$$\dot{y} = v \sin \theta$$

където  $f$  е коефициент на сухо триене между точката и повърхността на работния орган.

За да бъде системата от уравнения (7) затворена, е необходимо към нея да се добави уравнението на връзката:

$$y = f(x) \quad (8)$$

Така се получава система от пет уравнения с пет неизвестни:  $x$ ,  $y$ ,  $v$ ,  $\theta$  и  $N$ . Независима променлива в тази система от уравнения е времето.

Решението на (7) и (8) е свързано с трудности, поради факта че не е известно времето за движението на материалната точка по работния орган. За да се преодолее тази трудност, е удобно да се премине към параметрично задаване на уравнението на връзката и да се смени независимата променлива с избрания параметър.

Естествен избор за параметър при задаването на уравнението на връзката е криволинейната абсциса, т.е. дължината на дъгата, измерена от началното положение на точката до нейното текущо положение. В нашия случай това е дъгата  $AM$ .

Да означим криволинейната абсциса, която е избрана за параметър, със  $\sigma$ . След смяна на независимата променлива системата уравнения (7) придобива вида:

$$\frac{m}{2}(v^2)' = m\omega^2(x \cos \theta + y \sin \theta) - fN$$

$$m\dot{v}^2\theta' = m\omega^2(-x \sin \theta + y \cos \theta) - 2m\omega v + N \quad (9)$$

$$x' = v \cos \theta$$

$$y' = v \sin \theta$$

В последните уравнения са въведени следните означения:

$$x' = \frac{dx}{d\sigma}, \quad y' = \frac{dy}{d\sigma}, \quad (v^2)' = \frac{d(v^2)}{d\sigma}, \quad \theta' = \frac{d\theta}{d\sigma} \quad (10)$$

Ако от второто уравнение на (9) се изрази  $N$ , а от третото и четвъртото се изразят  $\sin \theta$  и  $\cos \theta$  и се заместят в първото уравнение, се получава:

$$(v^2)' = 2\omega^2(xx' + yy') - 2f[v^2(y''x' - x''y') + 2\omega v + \omega^2(xy' - yx')] \quad (11)$$

Изразът за нормалната реакция е:

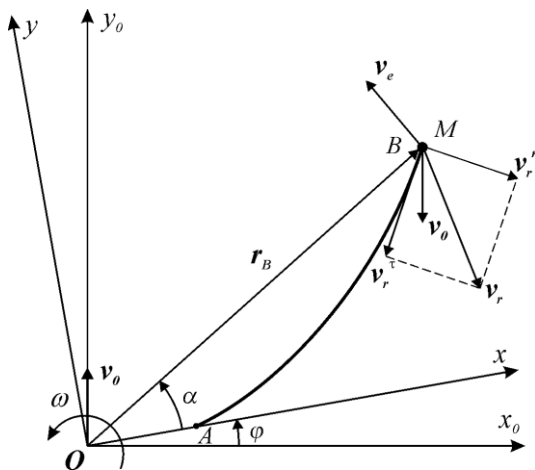
$$N = m[v^2(y''x' - x''y') + 2\omega v + \omega^2(xy' - yx')] \quad (12)$$

Контакт между почвения елемент и повърхността на работния орган може да съществува само ако нормалната реакция е неотрицателна, т.е.

$$v^2 (y''x' - x''y') + 2\omega v + \omega^2 (xy' - yx') \geq 0 \quad (13)$$

Тъй като целта на настоящото изследване е определянето на максималната мощност, необходима за преодоляване на триенето между почвената частица и повърхността на работния орган, то случаите на загуба на контакт няма да бъдат разглеждани.

За да се реши диференциалното уравнение (11), трябва да бъдат зададени началните условия. За тази цел се въвежда една инерциална координатна система с начало в т. О и оси  $x_0$  и  $y_0$  (фиг. 2). Оста  $y_0$  е насочена по посока на скоростта, с която се движи началото на подвижната координатна система О. Така преносното движение е ротация, а абсолютната скорост на почвения елемент в началния момент е равна на  $-\vec{v}_0$ . На фигурата по-долу са показани абсолютната  $v_0$ , преносната  $v_e$  и релативната  $v_r$  скорости на точката в момента на допира до повърхността на работния орган.



**Фиг. 2.** Абсолютна  $v_0$ , преносна  $v_e$  и релативна  $v_r$  скорости на точката М в момента на допира до повърхността на работния орган

**Fig. 2.** Absolute  $v_0$ ,  $v_e$  transmission and  $v_r$  relative speeds of the point M at the time of contact with the surface of the working body

В общия случай релативната скорост не е насочена по допирателната към линията на връзката и в момента на допира количеството на движение на точката в релативното ѝ движение рязко се променя. Това означава, че тя претърпява удар.

В рамките на модела, който се използва в това изследване, се счита, че коефициентът на възстановяване е равен на нула, т.е. ударът е съвършено нееластичен, а коефициентът на моментното триене също е равен на нула.

От направените допускания следва, че тангенциалната компонента на релативната скорост се запазва, а нормалната компонента става равна на нула.

Проекциите на преносната и абсолютната скорост по осите на подвижната координатна система са:

$$\begin{aligned} v_{ex} &= -\omega r_B \sin \alpha, & v_{ey} &= \omega r_B \cos \alpha \\ v_{0x} &= v_0 \sin \varphi, & v_{0y} &= v_0 \cos \varphi \end{aligned} \quad (14)$$

Релативната скорост на точката е:  $\vec{v}_r = (-\vec{v}_0) - \vec{v}_e$ , а нейните проекции по координатните оси:

$$\begin{aligned} v_{rx} &= -v_0 \sin \varphi + \omega r_B \sin \alpha \\ v_{ry} &= -v_0 \cos \varphi - \omega r_B \cos \alpha \end{aligned} \quad (15)$$

Проекцията на релативната скорост върху допирателната към траекторията в т. *B* е

$$\begin{aligned} v_r^t &= \vec{v}_r \cdot \vec{\tau} = v_{rx} \tau_x + v_{ry} \tau_y = \\ &= (-v_0 \sin \varphi + \omega r_B \sin \alpha) \cos \theta_B + (-v_0 \cos \varphi - \omega r_B \cos \alpha) \sin \theta_B = \\ &= -v_0 \sin(\varphi + \theta_B) + \omega r_B \sin(\alpha - \theta_B) \end{aligned} \quad (16)$$

Окончателно за началните условия на уравнение (11) се получава:

$$\sigma = S_{AB}, \quad v = -v_0 \sin(\varphi + \theta_B) + \omega r_B \sin(\alpha - \theta_B) \quad (17)$$

Параметърът  $\sigma$  се изменя в границите от  $S_{AB}$  до 0.

Мощност, необходима за преодоляване на съпротивителната сила

$$\begin{aligned} P &= \frac{\delta A}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} \\ P &= f(N_x v_x + N_y v_y) \end{aligned} \quad (18)$$

Съгласно с този израз мощността зависи от ъгъла на завъртане на работния орган, масата на почвения елемент и положението му върху повърхността на работния орган. Така максималната мощност може да се дефинира със следния израз:

$$P_{\max} = f \max_{\substack{\sigma \in [0, S_{AB}] \\ \varphi \in [0, 2\pi]}} (N_x v_x + N_y v_y) \quad (19)$$

### ИЗВОДИ

1. Предложената методика за определяне на силите, действащи на почвената частица при работа на вертикално-ротационния почвообработващ орган с активно задвижване, може да се използва при техническо проектиране и инженерни изчисления на почвообработващи машини с вертикална ос на въртене и активно задвижване.

2. Установена е зависимостта за мощността, необходима за преодоляване на съпротивителните сили, възникнали при работа на вертикално-ротационен почвообработващ орган с активно задвижване.

### LITERATURE

*Inaekyan, S.A.*, 1992. The scientific basis for improving the effectiveness of tillage machinery for tillage. VISHOM, Moscow.

*Pisarev, A. M., Paraskov T. N., Buchvarov S. N.*, 1975. Course of Theoretical Mechanics, II part, Sofia, DI TECHNIQUES.

**Рецензент – доц. д-р Запрян Запрянов**  
**E-mail: z.zapryanov@abv.bg**